

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

проректор



П.А. Машаров

« 29 » марта 2024 г.

МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

Укрупненная группа направлений
подготовки

Программа высшего образования
Направление подготовки

Профиль подготовки
Квалификация
Форма обучения

01.00.00 Математика и механика

Программа бакалавриата

01.03.02 Прикладная математика и
информатика

Прикладная математика и информатика

Бакалавр

Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины **«Комплексный анализ»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 9 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук



А.Ю. Иванов

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений
Протокол от 26.03.2024 г. № 10.

Заведующий кафедрой



В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
28.03.2024 г.



И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 27.03.2024 г. № 3.
Председатель



Л. И. Селякова

Руководитель основной профессиональной
образовательной программы,
д-р физ.-мат. наук, доцент
26.03.2024 г.



Р.Н. Нескородев

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:
базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;
дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Алгебра и геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Модели вязкого и хрупкого разрушения, Математические модели деформирования сред с усложненными свойствами, Методы компьютерно-математического моделирования в волновой механике, Математические модели и методы теории упругости; используются при подготовке выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.02 Прикладная математика и информатика (Профиль: Прикладная математика и информатика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.9. Комплексный анализ
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3	5	17		34	57	108	экзамен
Очная, всего			17		34	57	108	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная подготовка в области комплексного анализа; овладение методами решения основных типов задач по комплексному анализу; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

4.2.Индикаторы компетенций

ОПК-1.2. Применяет методы комплексного анализа для решения профессиональных задач

4.3.Результаты обучения

ОПК-1.2.1. Знает формулировки и доказательства утверждений комплексного анализа, методы их доказательства, возможные их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

ОПК-1.2.2. Умеет применять полученные теоретические знания при решении задач, а также вычислять интегралы с помощью интегральной формулы Коши и вычетов.

ОПК-1.2.3. Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символьного) результата, оценивает и анализирует полученный результат, строит математические модели для решения профессиональных задач.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функции комплексного переменного	
1.Комплексные числа. Функции комплексной переменной	1.1. Комплексные числа. 1.2. Последовательности комплексных чисел. 1.3. Функции комплексной переменной 1.4. Числовые ряды и степенные ряды
2.Дифференцирование функций комплексных переменных	2.1 Моногенность и голоморфность. 2.2. Условия Коши-Римана. 2.3. Конформные отображения. 2.4. Дробно- линейная функция. Степенные и показательные функции. 2.5.Многозначные функции.
Раздел 2. Интегральное исчисление функции комплексного переменного	
3.Свойства голоморфных функций	3.1. Комплексное интегрирование. 3.2. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. 3.3. Интеграл типа Коши. 3.4. Ряд Тейлора. 3.5.Теоремы единственности. 3.6.Ряд Лорана
4.Теория вычетов	4.1 Изолированные особые точки. 4.2.Вычеты. 4.3. Основные принципы ТФКП.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 5

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функции комплексного переменного	8		16	24	48
1. Комплексные числа. Функции комплексной переменной	4		6	10	20
2. Дифференцирование функций комплексных переменных	4		10	14	28
Раздел 2. Интегральное исчисление функции комплексного переменного	9		18	33	60
3. Свойства голоморфных функций	5		8	15	28
4. Теория вычетов	4		10	18	32
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	17		34	57	108

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Операции над комплексными числами.
2. Формы комплексного числа.
3. Последовательность комплексных чисел.
4. Стереографическая проекция.
5. Функции комплексной переменной (предел, непрерывность, R-диф.).
6. Формула Муавра.
7. Теорема Жордана.
8. Моногенность, голоморфность.
9. Целая функция, гармоническая функция.
10. Сопряженные гармонические функции.
11. Критерий моногенности.
12. Условия Коши-Римана.
13. Восстановление голоморфной функции по ее действительной части.
14. Угол поворота кривой.
15. Коэффициент линейного растяжения кривой.
16. Однолистные функции.
17. Конформность в точке и в области.
18. Окружности на расширенной комплексной плоскости.
19. Симметрия относительно окружности, инверсия.
20. Свойства базовых функций
21. Теорема Мореры.
22. Теоремы Вейерштрасса о голоморфности предельной функции и суммы ряда.
23. Теорема Коши-Адамара.
24. Голоморфность суммы степенного ряда.
25. Теорема Тейлора.
26. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора.
27. Теорема Лиувилля.
28. Основная теорема алгебры

Раздел 2

29. Интегральная сумма.
30. Интеграл вдоль кривой, свойства интеграла по кривой.
31. Интеграл типа Коши.
32. Первообразная.
33. Ряд Лорана, сходимость ряда Лорана, главная и правильная часть ряда Лорана.
34. Особые точки, порядок полюса.
35. Вычеты, логарифмический вычет, число нулей (полюсов) с учетом кратности.
36. Лемма Гурса.
37. Интегральная теорема Коши для односвязной и многосвязной области.
38. Интегральная формула Коши.
39. Теорема о среднем, свойства интеграла типа Коши.
40. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора.
41. Теорема единственности, число нулей голоморфной функции.
42. Область сходимости ряда Лорана, теорема Лорана.
43. Критерий устранимой точки, критерий полюса, связь между порядком полюса и кратностью нуля.
44. Теорема Сохоцкого.
45. Основная теорема о вычетах, сумма всех вычетов.
46. Вычисление вычета в полюсе, вычисление логарифмического вычета.
47. Теорема о логарифмическом вычете относительно границы области.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Арифметические преобразования комплексных выражений, построение множеств на комплексной плоскости, решение комплексных уравнений, исследование на моногенность и голоморфность комплексных функций, исследование на сходимость числовых и степенных рядов, исследование на сходимость рядов Лорана, представление функций в виде ряда Лорана, построение образов конформных отображений, построение конформных отображений по их образу и прообразу, комплексное интегрирование, определение характера изолированных особых точек однозначного характера, вычисление вычетов, применение теории вычетов к вычислению действительных функций.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета

1. Определения и формулировки:

1) комплексные числа, канонические формы комплексного числа; 2) конформное отображение; 3) теорема Коши для многосвязной области

2. Сформулируйте и докажите утверждение:

Условия Коши-Римана в алгебраической форме

3. Практическая часть:

1) Исследуйте на моногенность и голоморфность $w(z) = |z|^2(1+z)$

2) Записать комплексное число в тригонометрической и показательной

формах. а) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{15}$; б) $(1+i)^i$

3) Найти образ области $D = \{z \mid |z-i| > 2, \operatorname{Im} z < 0\}$ при отображении $w(z) = \frac{1}{z}$

4) Найти вычеты следующей функции во всех особых точках. Дать характеристику особых точек:

$$\frac{1}{z^6(z-2)}$$

5) Вычислить интеграл по замкнутому контуру ∂D :

$$\oint_{\partial D} z \cos \frac{1}{z+1} dz \quad D: |z| > 4$$

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.). Также в течении семестра студентами выполняются домашние задания в рамках самостоятельной работы студента, а также производится последующая защита при которой используется список вопросов к промежуточной аттестации. В конце семестра данная работа оценивается исходя из максимальных 35 баллов.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1.Семестр 1

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Защита индивидуального задания	35
	Контрольная работа (тема 1-2)	30
	Контрольная работа (тема 3-4)	30
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено

60-69	E	неудовлетворительно	зачтено
35-59	FX		не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6), в Учебно-практическом вычислительном центре ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6, корпус 12).

Для проведения лекций требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской / сенсорным экраном / мультимедийный проектор с экраном и ноутбуком, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя.

Для проведения практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской / сенсорным экраном / мультимедийный проектор с экраном и ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя.

Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная маркерной доской или сенсорным экраном / мультимедийный проектор с экраном и ноутбук, персональные компьютеры, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в аудиториях Главного корпуса (ауд. 511, 605, 610).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Бицадзе, А. В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного : [Учеб. пособие для студентов мех.-мат. и физ. специальностей вузов] / А. В. Бицадзе. - 2-е изд. - М. : Наука, 1972. - 263 с.

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.- М.: Наука, 1965.- 716 с.

3. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Волковыский, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - 3-е изд. - Москва : Наука, 1975. - 319 с.

11.2. Дополнительная литература

4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.- М.: Наука, 1977.- 444 с..

5. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной.- М.: Наука, 1967.- 304 с

6. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ.- М.: Наука, 1969.- 576 с

7. Маркушевич А.И., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций.- 1977.- 320 с

8. М.А. Евграфов и др. Сборник задач по теории аналитических функций. -- М.: Наука, 1972

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения:

01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «**КиберЛенинка**»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «**Лань**»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)

2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)

3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)

4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).